



研究与开发

一种基于分段 CRC 码级联 Hash 极化码的设计

李正杰, 刘顺兰, 张旭

(杭州电子科技大学电子信息学院, 浙江 杭州 310018)

摘 要: 极化码作为一种线性分组码, 具有较低的编码复杂度和确定的构造, 但当其为中短码长时, 性能会有所降低。提出一种基于分段循环冗余校验 (cyclic redundancy check, CRC) 码级联 Hash 极化码的设计方法, 该方法在原有 Hash 极化码 (Hash-Polar) 的基础上, 采用 CRC 分段校验进行双校验, 分段 CRC 码在译码过程中能辅助路径度量, 即对译码路径进行修饰, 以此提高路径选择的可靠性, 提高性能; 另外, 分段校验是将校验码分散地添加到输入的信息序列中, 译码时对于 CRC 不通过的情况, 可提前终止译码路径以省去不必要的译码计算量。最后, 译码结束时, Hash 校验码对修饰后的 L 条路径进行校验, 选出最佳译码路径。仿真结果表明, 所提出的设计方法比 CRC 辅助的 Hash 极化码 (Hash-CRC-Polar) 误码性能更优异。在高斯信道下, 当码长为 128 bit、码率为 1/2、误码率为 10^{-3} 时, 所提出的基于分段 CRC 校验码的 Hash 极化码比 Hash-CRC-Polar 获得了约 0.25 dB 的增益。

关键词: 极化码; 循环冗余校验码; Hash 校验码; 串行抵消列表译码算法

中图分类号: TN925

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2022168

Design of concatenated Hash-Polar code based on segmented CRC code

LI Zhengjie, LIU Shunlan, ZHANG Xu

School of Electronic Information, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

Abstract: As a linear block code, the polarization code has a lower coding complexity and a definite structure, but when it has a short or medium code length, the performance will be reduced. A design method of concatenated Hash-Polar codes based on segmented cyclic redundancy check (CRC) codes was proposed, which was based on the original Hash-Polar code and used CRC segmented check for double check. The segmented CRC code could assist the path measurement in the decoding process, that was, modify the decoding path, so as to improve the reliability of path selection and the performance. In addition, the segmented check was to add the check code dispersedly to the input information sequence. If the CRC failed during decoding, the decoding path could be terminated in advance to save unnecessary decoding calculations. Finally, at the end of the decoding, Hash check code verified the modified L paths

收稿日期: 2021-10-20; 修回日期: 2022-07-09

通信作者: 刘顺兰, liushunlan@hdu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. U1809201), 浙江省自然科学基金资助项目 (No. LY18F010013)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No. U1809201), The Zhejiang Provincial Natural Science Foundation of China (No. LY18F010013)

and selected the best decoding path. The simulation results show that the design method proposed has better bit-error-rate performance than CRC-assisted Hash-Polar (Hash-CRC-Polar). In the Gaussian channel, when the code length is 128 bit, the code rate is 1/2, and the bit error rate is 10^{-3} , the Hash-Polar code based on the segmented CRC code proposed achieves a gain of about 0.25 dB over Hash-CRC-Polar.

Key words: Polar code, cyclic redundancy check, Hash check, successive cancellation list decoding algorithm

0 引言

极化码是由 Arikan E 教授于 2009 年基于信道极化现象而提出的一类线性分组码, 当码长趋于无穷时, 信息传输速率 (或称码率) 接近于信道容量^[1]。极化码作为首个理论上能达到香农极限的信道编码方法, 已被采纳为 5G 增强型移动宽带 (enhanced mobile broadband, eMBB) 场景中控制信道标准的编码方案^[2]。Polar 码在码长 N 趋向无穷大时被证明可达信道容量。然而, 实际中由于开销的限制, 码长总是有限的, 极化码在中短码长时性能欠佳。因此, 提升 Polar 码在有限码长条件下的性能对于 Polar 码能否实际应用非常关键。进一步研究表明, 在有限长 Polar 码下再级联一个外码能够进一步提高其译码性能, 设计性能更好的广义级联码作为改善译码性能的一种方案被越来越多的学者所研究。循环冗余校验码级联极化码 (CA-Polar)^[3]、奇偶校验码级联极化码 (PC-Polar)^[4]以及 Hash 校验码级联极化码 (Hash-Polar)^[5]是当前主流的极化码级联外码方案。

CA-Polar 在译码过程中引入串行抵消列表 (successive cancellation list, SCL) 译码算法^[6-7]和循环冗余校验 (cyclic redundancy check, CRC), CRC 有助于在 SCL 译码的列表中挑选出正确的译码结果, 较大地提升了 Polar 码的纠错性能。之后参考文献 [4] 提出奇偶校验码级联极化码 (PC-Polar), PC 校验比特有类似于冻结比特的判定方法, 在译码的过程中起到了译码路径修剪的作用。除了 CRC 序列和 PC 序列级联的 Polar 码, 文献 [5] 提出了基于 Hash 序列级联的极化码, 称为 Hash-Polar 码, Hash 编码器是一个非线性的编

码器, 前一个编码器的状态会影响到后一个编码器的状态, 与 CRC 辅助校验译码一致, 在 SCL 译码结束时 Hash 译码器对 L 条路径进行校验, 且 Hash 的检验比特数量更灵活。3GPP 在 RAN1#90 会议上对这几种方案进行评估, 主要考虑的是加性高斯白噪声 (additive white Gaussian noise, AWGN) 信道输入下的误块率 (block error rate, BLER) 性能, 结论是 CA-Polar、Hash-Polar 误块率性能相仿, 而 PC-Polar 在某些码长、码率下 (信息比特很小时) 的误块率性能略好。

在 Hash 校验码级联极化码^[5]的基础上, 本文提出分段 CRC 码级联 Hash 极化码的设计方法。SCL 译码算法本身逐比特按顺序译码的特点, 使译码过程存在错误传播的现象, 降低了译码的正确率, 因此, 本文建议采用改进的分段 CRC 辅助的 SCL 译码算法, 分段 CRC 码在译码过程中对前面已知部分译码结果进行校验, 校验不通过, 则路径删除, 减少了错误传播的现象。另外, 分段 CRC 码还能辅助路径度量筛选可靠度更高的路径, 译码结果与生成 CRC 码结果不一致则路径度量值增加, 相比只能在译码的最后阶段筛选路径作为译码结果的 Hash 辅助译码算法的可靠性更高。

1 极化码及其级联方案

1.1 极化码的基本原理

极化码是一种基于信道极化理论的信道编码方式, 利用信道极化产生的极化现象进行信息传输, 在信道容量 $I(W_N^{(i)})$ 趋近于 1 的比特信道发送信息比特, 在 $I(W_N^{(i)})$ 趋近于 0 的可靠度较低的信道上传输冻结比特, 这种编码方式称为极化编码。令码长 $N = 2^n, n > 0$ 。每个码字的编码生成如下:



$$c_1^N = u_1^N G_N \quad (1)$$

其中, $u_1^N = (u_1, u_2, u_3, \dots, u_N)$ 为信息序列, $c_1^N = (c_1, c_2, c_3, \dots, c_N)$ 为码字, G_N 为 $N \times N$ 的生成矩阵:

$$G_N = B_N F^{\otimes n} \quad (2)$$

其中, B_N 为反序置换矩阵, $F^{\otimes n}$ 为克罗内克积, 矩阵 $F \triangleq \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 。定义比特信道索引集合 $I \subset \{1, 2, \dots, N\}$, 令 A 为索引集合 I 的任意一个子集, 信息比特序列记为 u_A , 令 u_{A^c} 为冻结比特序列, 一般全部置为 0, 可将式 (1) 改为:

$$c_1^N = u_A G_N(A) \oplus u_{A^c} G_N(A^c) \quad (3)$$

其中, $G_N(A)$ 表示由 A 中元素对应的行构成的 G_N 的子矩阵, $G_N(A^c)$ 同理。

通过式 (3), 信源序列 u_1^N 编码得到码字 c_1^N , 从 Polar 码信道编码的过程可知, 极化码码长为 2 的整数次幂, 缺乏码率兼容的灵活性, 不能满足实际需求。目前有凿孔^[8]和缩短^[9]两种方式可以获得码率兼容的 Polar 码, 但都以牺牲少量误码率为代价, 因此需要研究更好的码率兼容解决方案。

编码完成后, 码字 c_1^N 通过信道 W^N 发送, 并且在信道输出端接收 $y_1^N = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_N)$, 利用接收信号 y_1^N 和 $u_1, \dots, u_{i-1}$ 来完成对 u_i 的逐次抵消 (successive cancellation, SC) 译码^[1], 经过译码生成 u_i 的估计值 $\hat{u}_i$, 当 $\hat{u}_i$ 是冻结比特时, 直接得到 $\hat{u}_i = u_{A^c}$, 当 $\hat{u}_i$ 是信息比特时, 可通过计算式:

$$\hat{u}_i = \begin{cases} 0, & L_N^{(i)} \geq 0 \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

生成其 $\hat{u}_i$ 值。其中 $L_N^{(i)}$ 为对数似然比 (log likelihood ratio, LLR), 定义为: $L_N^{(i)} \triangleq \log \left(\frac{W_N^{(i)}(y_1^N, \hat{u}_1^{i-1} | u_i = 0)}{W_N^{(i)}(y_1^N, \hat{u}_1^{i-1} | u_i = 1)} \right)$, 可通过迭代公式计算:

$$L_N^{(2i-1)}(y_1^N, \hat{u}_1^{2i-1}) = \frac{L_{\frac{N}{2}}^{(i)} \left(y_1^{\frac{N}{2}}, \hat{u}_{1,o}^{2i-2} \oplus \hat{u}_{1,e}^{2i-2} \right) L_{\frac{N}{2}}^{(i)} \left(y_{\frac{N}{2}+1}^N, \hat{u}_{1,e}^{2i-2} \right) + 1}{L_{\frac{N}{2}}^{(i)} \left(y_1^{\frac{N}{2}}, \hat{u}_{1,o}^{2i-2} \oplus \hat{u}_{1,e}^{2i-2} \right) + L_{\frac{N}{2}}^{(i)} \left(y_{\frac{N}{2}+1}^N, \hat{u}_{1,e}^{2i-2} \right)} \quad (5)$$

$$L_N^{(2i)}(y_1^N, \hat{u}_1^{2i-1}) = \left[L_{\frac{N}{2}}^{(i)} \left(y_1^{\frac{N}{2}}, \hat{u}_{1,o}^{2i-2} \oplus \hat{u}_{1,e}^{2i-2} \right) \right]^{1-\hat{u}_{2i-1}} \times L_{\frac{N}{2}}^{(i)} \left(y_{\frac{N}{2}+1}^N, \hat{u}_{1,e}^{2i-2} \right) \quad (6)$$

其中, $u_{1,o}^{2i-2}$ 、 $u_{1,e}^{2i-2}$ 分别代表 $1 \sim 2i-2$ 的偶序列和奇序列, 译码复杂度为 $O(MbN)$ 。

根据上述分析, 该译码复杂度主要取决于 LLR 值的计算。SC 译码算法的思想解决了极化码的译码问题, 也是后续各种改进译码算法的基础, 目前应用广泛的 SCL 译码算法是将 SC 译码算法和 List 算法结合的改进译码算法。Polar 码的译码算法还有置信传播 (belief propagation, BP) 算法^[10]、堆消去 (successive cancellation stack, SCS) 译码算法^[11], 但都没有 SCL 译码算法理想, 针对降低 SCL 译码算法的复杂度, 还出现了快速 SCL 译码算法^[12]。SCL 译码算法虽好, 但其本身存在的错误传播现象使得译码正确概率不够理想, 高效的译码算法是信道编码能否实用的决定因素, 因此, 迫切需要研究性能更好的译码方案。

1.2 控制信道的 Hash 校验码级联极化码

文献[5]提出 CRC 辅助的 Hash 校验码级联极化码 (Hash-CRC-Polar) 方案, Hash-CRC-Polar 编码框图如图 1 所示, 极化码作为内码进行编码, CRC 和 Hash 码作为外码进行双校验, 双校验能有效提高系统的检错能力。信息比特 $d_1^K = (d_1, d_2, d_3, \dots, d_K)$ 经过 CRC 编码器, 得到带有 C 位的循环冗余校验比特的信息序列 $v_1^{K+C} = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_{K+C})$, 其次经过 Hash 编码, 得到外码码字 $u_1^{K+C+H} = (u_1, u_2, u_3, \dots, u_{K+C+H})$, Hash-CRC-Polar 外码码字结构如图 2 所示。极化

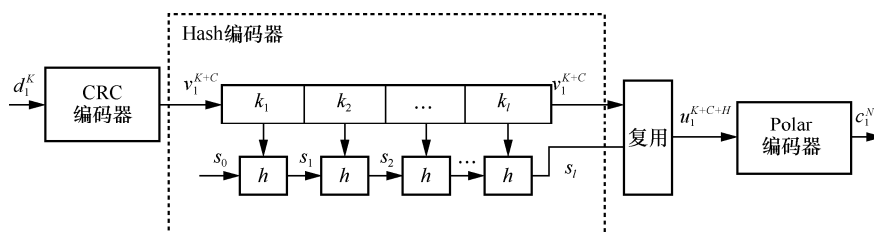


图 1 Hash-CRC-Polar 编码框图

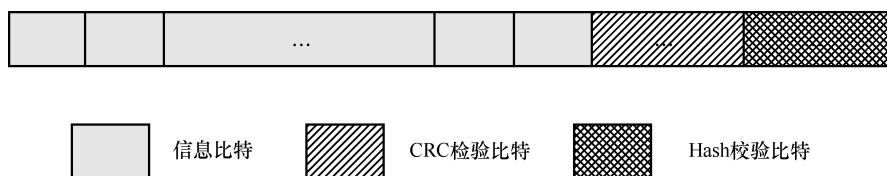


图 2 Hash-CRC-Polar 外码码字结构

码的信息位上放置外码码字 u_1^{K+C+H} ，冻结位放置冻结比特，极化码编码后得到码字 c_1^N 。

Hash-CRC-Polar 码的具体编码过程：CRC 编码后的序列 $v_1^{K+C} = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_{K+C})$ 分为 $I > 2$ 段依次输入 Hash 编码器得到 Hash 状态序列。

- Hash 函数 h 的两个输入为：第 i 段的整数表示 k_i 和从第 $(i-1)$ 段获得的 Hash 状态 S_{i-1} ，然后计算第 i 段的 Hash 状态： $S_i = h(S_{i-1}, k_i)$ 。
- 所有的段计算完成之后，将 S_I 转换为 H 比特的序列，这里的 H 称为 Hash 状态序列。将该序列附加在序列 v_1^{K+C} 后作为 Hash 编码器的输出码字 u_1^{K+C+H} 。Hash 函数可采用改进的“one-at-a-time”Hash 函数^[13]。与 CRC 编码相比，Hash 编码器的检验比特数量可以很灵活。

在接收端，采用 SCL 译码，Hash 状态比特当作信息比特译码，在 SCL 译码结束时，Hash 译码器和 CRC 译码器都将对 L 条候选路径进行校验，双检验能提高译码结束后路径选择的正确性，但当 L 值较小，即候选路径较少时，误码性能提升不明显，增大列表大小 L ，译码的复杂度也会提高。

2 一种基于分段 CRC 校验码级联 Hash 极化码的设计

基于参考文献[5]，本文提出了基于分段 CRC

(segmented CRC, SCRC) 校验码级联 Hash 极化码 (Hash-Polar) 的双校验改进方案，简称 Hash-SCRC-Polar。将信息比特分段，CRC 对信息比特进行分段校验，CRC 参与到了译码时的校验，解决了 Hash 和 CRC 在译码结束时重复校验的问题；而且分段级联码中的 CRC 校验码不光能辅助路径度量筛选可靠度更高的路径，对 CRC 校验不通过的路径也能及时删除，相对于原有的 CRC 辅助的 Hash-SCL 译码算法降低了复杂度。最后 Hash 校验码对 SCL 译码结束后的 L 条路径进行校验，选择最佳译码路径。

2.1 基于分段 CRC 校验码级联 Hash 极化码的编码

基于分段 CRC 校验码级联 Hash 极化码 (Hash-SCRC-Polar) 的编码结构如图 3 所示，其中，编码主要由 3 部分组成：分段 CRC 编码、Hash 编码、Polar 码编码，外码码字结构如图 4 所示。译码主要采用本文提出的分段 CRC 辅助的 Hash-SCL 译码算法。下文主要从编码和译码两个方面详细阐述本文提出的新型编译码方法。

针对分段 CRC 校验码级联 Hash 极化码，这里给出两种编码方案，如图 3 所示。不同的是，图 3(a) 对分段 CRC 编码后的信息序列进行 Hash 编码，图 3(b) 对分段 CRC 编码前的信息比特进行 Hash 编码。相比于图 3(a) 对分段 CRC 编码后的信息序列再 Hash 编码，图 3(b) 只对

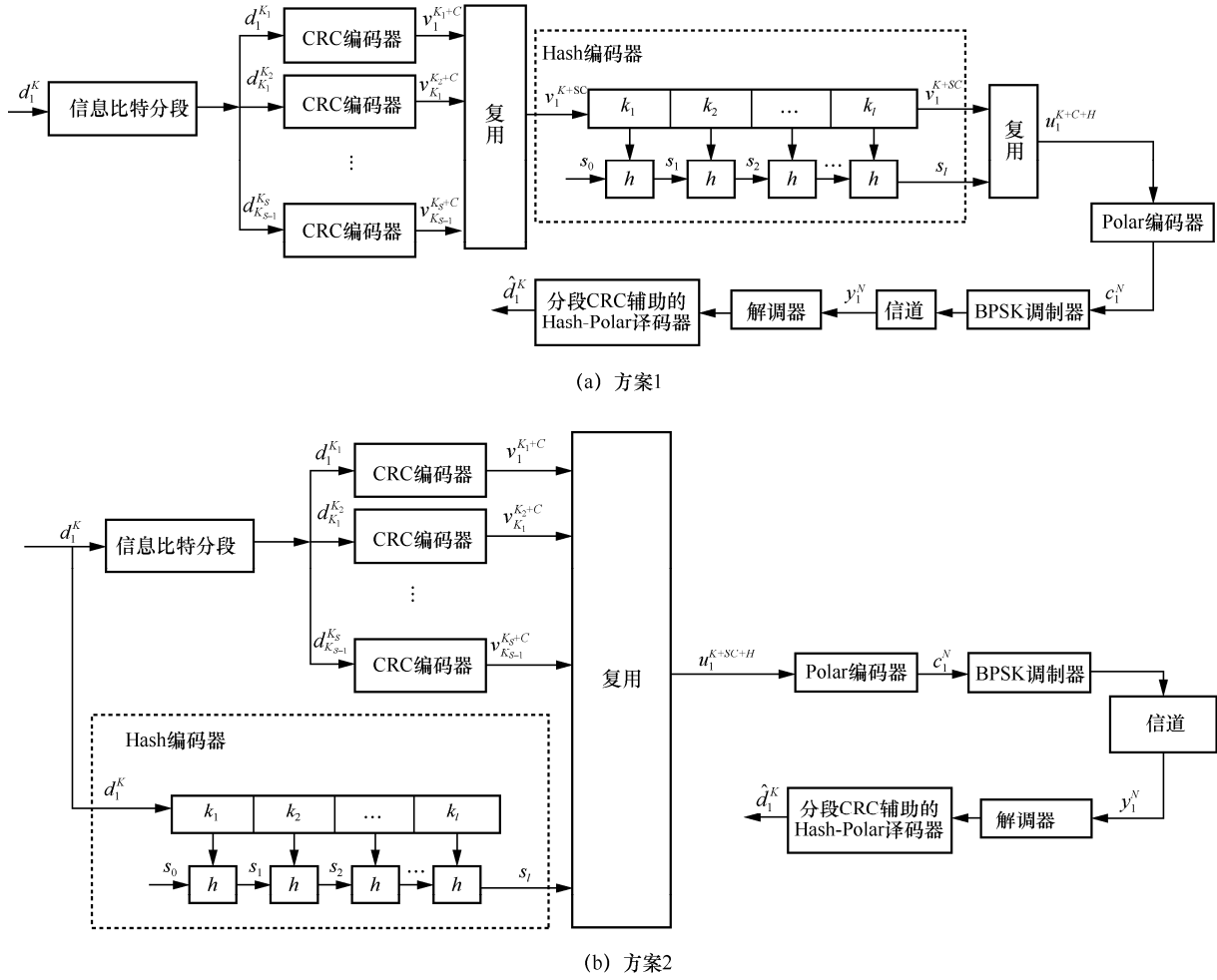


图3 Hash-SCRC-Polar 编译码框图

原始信息比特进行 Hash 编码,进行 Hash 编码的信息比特少了分段 CRC 校验位,待编码的信息比特数减少,Hash 编码时所占内存资源会稍低,开销减少。因此,本文选择图 3 (b) 的设计方案。译码都是采用分段 CRC 辅助的 Hash-Polar 译码器,译码性能一致。

图 3 (b) 中,分段 CRC 和 Hash 码作为外码,极化码作为内码进行编码。信息比特 $d_1^K = (d_1, d_2, \dots, d_K)$ 分成 S 段后分别经过 CRC 编码器重组复用,每段得到 C 位循环冗余检验比特,最后得到带有 $S \times C$ 位的循环冗余校验比特的信息序列 $v_1^{K+SC} = (v_1, v_2, \dots, v_l, q_{11}, \dots, q_{1C}, v_{l+1}, v_{l+2}, \dots, q_{l1}, \dots, q_{lC}, \dots, v_K, q_{S1}, \dots, q_{SC})$, 其中, $q_{i1}, \dots, q_{iC}$ 为第 i 段信

息序列的 CRC 码, $i = 1, 2, \dots, S$ 。其次,信息比特经过 Hash 编码得到 Hash 状态序列,与分段 CRC 编码后序列重组复用,得到外码码字 $u_1^{K+SC+H} = (u_1, u_2, \dots, u_{K+SC+H})$,极化码的信息位上放置外码码字 u_1^{K+SC+H} , Hash-SCRC-Polar 外码码字结构如图 4 所示。冻结位放置冻结比特,最后极化码编码后得到码字 c_1^N 。

2.2 基于分段 CRC 校验码级联 Hash 极化码的极化构造

Polar 码在不同译码算法下的误码性能具有差异,但 Polar 码本身的误码性能在很大程度上受到码构造的影响,即信息位和冻结位的选取。最开始的构造方法有巴氏参数 (Bhattacharyya para-

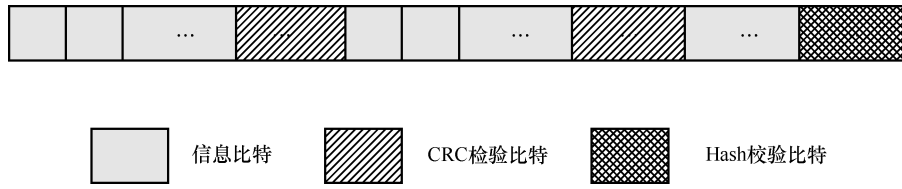


图4 Hash-SCRC-Polar 外码码字结构

meter)构造,是 Arikan E 针对 BEC 信道下的 Polar 码构造提出的^[1]。由于巴氏参数构造方法只适用于二进制删除信道(binary erasure channel, BEC)。后面陆陆续续出现了计算 AWGN 比特信道的可靠度的方法。其中包括蒙特卡罗 (Monte Carlo, MC) 构造^[1]、密度进化 (density evolution, DE)^[14]、高斯近似构造 (Gaussian approximation, GA)^[15]、极化谱 (polarization spectrum)^[16]等,根据这些方法构造的 Polar 序列都依赖于构造时 AWGN 信道的信噪比,信噪比不同,得到的 Polar 序列也会不同,这使得码构造不可避免地与时道存在一定的相关性,即所谓的信道敏感性。所以能够有一种序列构造方法与具体的信道无关,在实际应用中会更具有价值,于是华为公司提出了一种基于极化重量 (polarization weight, PW) 的构造方法^[17],它是基于 Polar 码生成矩阵的固定行重进行构造的方法,该方法的序列构造方式与具体的信道无关,而且性能与基于高斯近似的码构造方法在 AWGN 信道几乎一致。另外,极化谱 (polarization spectrum, PS) 在文献[16]中被提出,是近期极化码构造方面的新进展。

本文采取极化重量 (PW) 的构造方法估计信道的可靠性。对于第 i 个子信道 $W_N^{(i)}$, 其序号 i 的二进制表示为 $(b_{n-1}b_{n-2}\cdots b_0)$, $n = \lg N$, 该极化信道的极化重量被定义为^[18]:

$$V(W_N^{(i)}) = \sum_{j=0}^{i-1} b_j \times 2^{\frac{1}{2} \times j} \quad (7)$$

式 (7) 即该信道的可靠度量值,其中极化重量越大,表示信道的质量越好,最终可以选择极化重量最大的 K 个信道作为传输信息位的比特

信道。由式 (7) 可知,子信道可靠度的计算复杂度是线性的,且与 GA 等需要递归运算的方法相比, PW 公式的复杂度极低,用 PW 的方法进行信道排序计算信道质量时,与底层信道类型无关,可以事先算出给定码长 N 的所有比特信道。

对任意长度 N , 依次计算 $V(W_N^{(1)})$, $V(W_N^{(2)})$, $\dots$, $V(W_N^{(N)})$, 并按照从小到大的顺序排列,对应的就是可靠度由低到高的信道。例如,当码长为 64 bit 时, $n = \lg 64 = 6$, 当 $i = 63$ ($i \triangleq 111111$) 时, $V(W_{64}^{(63)}) = 1 \times 2^{\left(0 \times \frac{1}{4}\right)} + 1 \times 2^{\left(1 \times \frac{1}{4}\right)} + 1 \times 2^{\left(2 \times \frac{1}{4}\right)} + 1 \times 2^{\left(3 \times \frac{1}{4}\right)} + 1 \times 2^{\left(4 \times \frac{1}{4}\right)} + 1 \times 2^{\left(5 \times \frac{1}{4}\right)} = 9.6636$ 。根据上述所得到的信道可靠性排序后,从中挑选 $K+SC+H$ 个可靠性较高的信道传输非固定比特,其余信道传输冻结比特。将外码码字 u_1^{K+SC+H} 与冻结比特 u_{A^c} 混合,外码码字映射到可靠度较高的信道,其余信道为冻结位,得到长度为 N 的序列 u_1^N 。对 Polar 码编码器的输入序列 u_1^N 进行极化码编码,得到级联码字 c_1^N , 编码完成。

2.3 基于分段 CRC 校验码级联 Hash 极化码的译码

文献[5]中 Hash 辅助的 CA-SCL 译码算法只有在译码结束后进行校验,基于分段 CRC 校验码辅助的 Hash 极化码译码算法弥补了这一不足。在译码过程中引入了分段 CRC 校验比特, CRC 校验比特可通过对前面已知的信息比特译码结果进行 CRC 得到,相当于一类动态的冻结比特,能在译码过程中辅助路径度量值进行路径的修饰,优化路径选择,提高误码性能,弥补了原有译码算法仅仅依靠译码结束后路径度量值进行译码路径的



修饰；另外，当 CRC 译码结果和 CRC 校验结果不一致时，检验不通过，记录该条路径的 CRC 累计不通过次数，若该条候选路径的累计不通过次数达到预设定的上限，则该条候选路径被删除，相对于原有的译码算法降低了复杂度。译码结束时，Hash 校验码对 SCL 译码结束后的 L 条路径进行校验，选出最佳译码路径。基于分段 CRC 校验码级联 Hash 极化码 (Hash-SCRC-Polar) 译码算法流程如图 5 所示。

2.4 复杂度分析

在编码端，Hash-SCRC-Polar 级联方案相比于 Hash-CRC-Polar^[5]级联方案，SCRC 校验比特数量和 CRC 校验比特数量相同，SCRC 比 CRC 多了 $S-1$ 次循环冗余校验比特的确定，由于 CRC 检验比特的确定不涉及复杂的运算，所以编码的计算

量增加不多，编码复杂度没有明显的增长，相对于性能的提升是可以接受的。

在译码端，本文的译码算法是在 SCL 译码算法的基础上改进的，分段 CRC 校验码会在译码时参与校验，而 Hash-CRC-Polar 级联方案的 CRC 校验码是在 SCL 译码后完成校验，其译码复杂度则为 SCL 译码器的计算复杂度。SCL 译码算法的计算量由式 (5) 和式 (6) 总计执行的次数 $T_{(5),(6)}$ 决定， $T_{(5),(6)}$ 有个简单的上界^[7]：

$$T_{(5),(6)} < LN \lg N \quad (8)$$

因此，SCL 译码器的计算复杂度为 $O(LN \lg N)$ ，即 Hash-CRC-Polar 级联方案的译码复杂度为 $O(LN \lg N)$ 。式 (8) 之所以成立是因为右边的值是 L 个 SC 译码器总是在同时且从头到尾地工作所产生的复杂度，实际上不是 L 个 SC

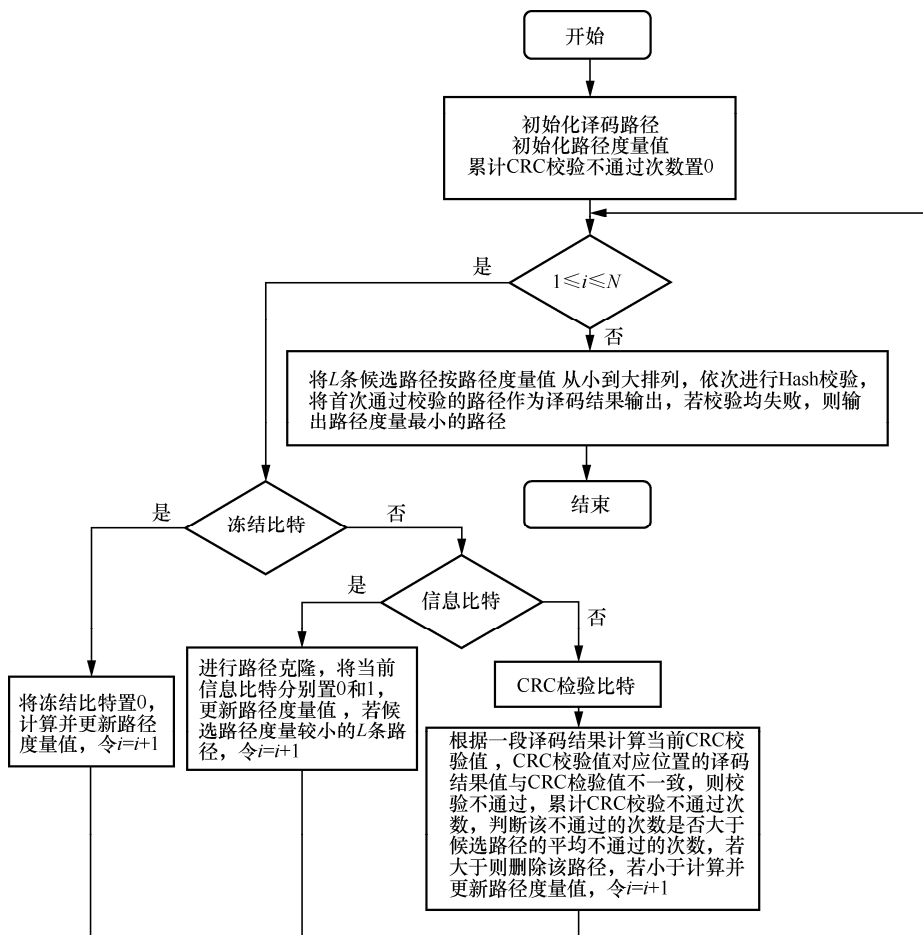


图5 基于分段 CRC 码级联 Hash 极化码 (Hash-Polar) 译码算法流程

译码器都在运作, 例如, 译码第一个比特 u_1 时实际上只有一个 SC 译码器在工作。

本文改进的译码算法在译码过程中能对于 CRC 校验不通过的路径及时删除, 提前终止错误的译码路径, 对应的 SC 译码器被清空, 暂时处于未被激活状态, 因此, 改进的译码算法计算量为:

$$T_{\text{better}} < T_{(5),(6)} < LN \lg N \quad (9)$$

根据式 (9), 得到本文改进的译码算法复杂度仍为 $O(LN \lg N)$, 但计算量有所降低。

3 仿真结果和分析

本文在 AWGN 信道下对比了 3 种不同方案的纠错性能。不同方案的仿真参数见表 1。

表 1 不同方案的仿真参数

级联方案	CRC 校验比特个数 C	Hash 校验比特个数 H
Hash-Polar	0	12
Hash-CRC-Polar	12	12
Hash-SCRC-Polar	3+3+3+3=12	12

其中, Hash-CRC-Polar 表示参考文献[5]提出的级联极化码方案, Hash-Polar 是在文献[5]中 Hash-CRC-Polar 的基础上删除了 CRC 编译码部分的方案, Hash-SCRC-Polar 表示本文提出的基于分段 CRC 校验码级联 Hash 极化码方案, 设置 $S = 4$ 段 CRC, 每段 3 位 CRC 检验比特, 该方案不仅能提高系统的检错能力, 也能有效降低误码率。在译码过程中, 保留路径 $L=16$, 保证类比方案的有效码率相同, 即真实的信息比特与码长的比值相同, 最后根据译码判决结果统计不同方案的误块率 (BLER)。

码长为 128 bit、256 bit、512 bit, 码率不同时通过二进制相移键控 (binary phase shift keying, BPSK) 调制后在 AWGN 信道下的性能比较如图 6~图 8 所示。

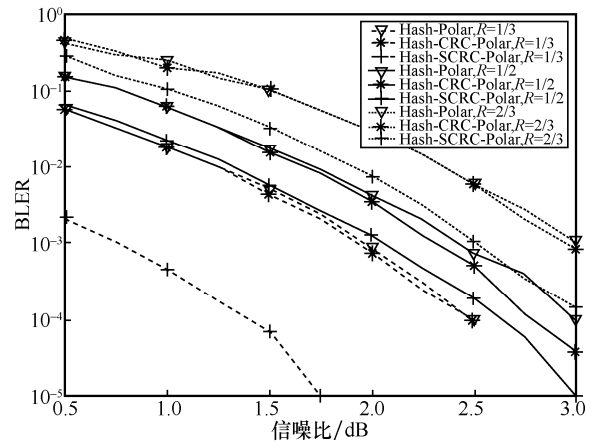


图 6 码长为 128 bit、码率不同时在高斯白噪声信道下的性能比较

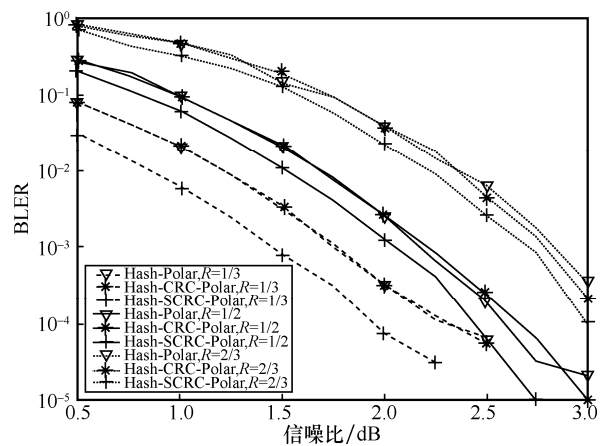


图 7 码长为 256 bit、码率不同时在高斯白噪声信道下的性能比较

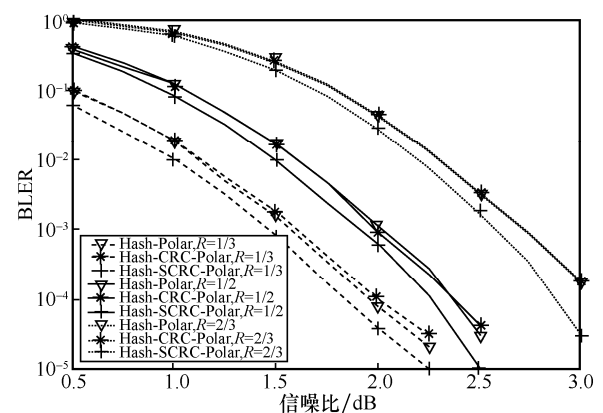


图 8 码长为 512 bit、码率不同时在高斯白噪声信道下的性能比较

由图 6~图 8 分别可以看出, 在码长固定和码率不同情况下, 本文提出的 Hash-SCRC-Polar



的级联方案比 Hash-Polar、Hash-CRC-Polar 性能更优异；Hash-Polar、Hash-CRC-Polar 误块率性能相近，与 Hash-Polar 相比，Hash-CRC-Polar 的双校验虽然能够有效提高检错能力，但不能显著提高系统的误码性能。码长越短，码率越低，本文提出的 Hash-SCRC-Polar 性能提升效果越明显。

由图 6 看出，在码长为 128 bit、码率为 1/2、误块率为 10^{-3} 时，本文提出的 Hash-SCRC-Polar 的设计方案比 Hash-CRC-Polar 获得了 0.25 dB 的增益。

由图 7 看出，在码长为 256 bit、码率为 1/2、误块率为 10^{-3} 时，本文提出的 Hash-SCRC-Polar 级联方法较 Hash-CRC-Polar 能够产生 0.2 dB 的增益。

由图 8 看出，在码长为 512 bit、码率为 1/2、误块率为 10^{-3} 时，本文提出的 Hash-SCRC-Polar 比 Hash-CRC-Polar 有接近 0.1 dB 的增益，在编译码复杂度不明显增加的情况下，本文的方案降低了误块率。

综合图 6~图 8 可以看出，在码率为 1/2，码长为 128 bit、256 bit、512 bit 等不同的情况下，即在码率固定、码长不同时，本文提出的 Hash-SCRC-Polar 设计方案均体现出较优异的性能。

4 结束语

为了进一步提高 Hash-Polar 码在有限码长下的性能，本文提出了一种基于分段 CRC 校验码级联 Hash 极化码设计方案，分段 CRC 校验码和 Hash 码作为外码，Polar 码作为内码。在 Polar 码构造方面，使用了不依赖于信道信噪比且复杂度低的 PW 构造方法；在译码方面，基于 SCL 译码算法，分段 CRC 校验码能辅助路径度量值在译码过程中进行路径的修剪，对于 CRC 校验多次不通过的路径也能及时进行删除，Hash 校验码用于 L 条候选

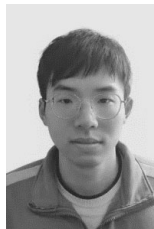
路径中挑选最优的译码序列并输出。仿真结果显示，本文提出的基于分段 CRC 校验码级联 Hash 极化码比 CRC 辅助的 Hash-Polar 级联极化码更优异，误码性能得到了较为明显的提升，为解决有限码长性能不佳的问题提供了新思路。未来，笔者还可以继续研究设计性能更好的广义级联码，研究 Polar 码新的极化核以及相应的译码算法，也可以尝试将人工智能和 Polar 编译码相结合，进一步提高 Polar 码的译码性能。

参考文献：

- [1] ARIKAN E. Channel polarization: a method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(7): 3051-3073.
- [2] 3GPP. Multiplexing and channel coding (Release 15): 3GPP TS 38.212 v15.0.0 [R]. 2017.
- [3] BALATSOUKAS-STIMMING A, PARIZI M B, BURG A. LLR-based successive cancellation list decoding of polar codes[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(19): 5165-5179.
- [4] WANG T, QU D, JIANG T. Parity-check-concatenated polar codes[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(12): 2342-2345.
- [5] CHEN P Y, XU M Z, BAI B M, et al. Design and performance of polar codes for 5G communication under high mobility scenarios[C]//Proceedings of 2017 IEEE 85th Vehicular Technology Conference. Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-5.
- [6] NIU K, CHEN K. CRC-aided decoding of polar codes[J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(10): 1668-1671.
- [7] TAL I, VARDYA. List decoding of polar codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(5): 2213-2226.
- [8] NIU K, CHEN K, LIN J R. Beyond turbo codes: rate-compatible punctured polar codes[C]//Proceedings of 2013 IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE Press, 2013: 3423-3427.
- [9] WANG R X, LIU R K. A novel puncturing scheme for polar codes[J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(12): 2081-2084.
- [10] ZHANG Y X, ZHANG Q S, PAN X F, et al. A simplified belief propagation decoder for polar codes[C]//Proceedings of 2014 IEEE International Wireless Symposium. Piscataway: IEEE Press, 2014: 1-4.

- [11] NZU K, CHEN K. Stack decoding of polar codes[J]. Electronics Letters, 2012, 48(12): 695-687.
- [12] HASHEMI S A, CONDO C, GROSS W J. Fast and flexible successive-cancellation list decoders for polar codes[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(21): 5756-5769.
- [13] JENKINS B. A hash function for hash table lookup[J]. Dr Dobbs's, 1997.
- [14] MORI R, TANAKA T. Performance of polar codes with the construction using density evolution[J]. IEEE Communications Letters, 2009, 13(7): 519-521.
- [15] TRIFONOV P. Efficient design and decoding of polar codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60(11): 3221-3227.
- [16] NIU K, LI Y. Polar codes for fast fading channel: design based on polar spectrum[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(9): 10103-10114.
- [17] HE G N, BELFIORE J C, LAND I, et al. Beta-expansion: a theoretical framework for fast and recursive construction of polar codes[C]//Proceedings of GLOBECOM 2017 - 2017 IEEE Global Communications Conference. Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-6.
- [18] Huawei, HiSilicon. Polar code design and rate matching, 3GPP TSG RAN WG1 Meeting 86: 3GPP R1-167209 [R]. 2016.

[作者简介]



李正杰 (1997-), 男, 杭州电子科技大学硕士生, 主要研究方向为信息与信号处理、信道编码等。



刘顺兰 (1965-), 女, 杭州电子科技大学教授, 主要研究方向为信息与信号处理、无线通信等。



张旭 (1997-), 男, 杭州电子科技大学硕士生, 主要研究方向为信道编码、无线通信等。